פתרון מועד ב'

1. ראשית עלינו למצוא את הריבית האפקטיבית השנתית:

$.r = \left(1+\frac{i}{n}\right)^n - 1 = \left(1+\frac{0.115}{4}\right)^4 - 1 = 12\%$

כעת עלינו לחשב את הקרן ההלוואה לפי העובדה שאנו יודעים שבתום 4 שנים החברה תשלם 6,000 ₪ ריבית בעבור ההלוואה וכן הריבית הינה 12% שנתית אפקטיבית:

$.fv = pv(1+i)^n = x(1+0.12)^4 = x + 6{,}000$

$.x(1+0.12)^4 - x = 6{,}000$

$.x = \frac{6{,}000}{(1+0.12)^4-1} = \frac{6{,}000}{0.5738} = 10{,}461$

אם היינו מציבים ריבית רבעונית היינו מקבלים:

$.i = \frac{0.115}{4} = 0.02875$

$.v = pv(1+i)^n = x(1+0.02875)^{16} = x + 6{,}000$

$.x(1+0.02875)^{16} - x = 6{,}000$

$.x = \frac{6{,}000}{(1+0.02875)^{16}-1} = \frac{6{,}000}{0.5738} = 10{,}461$

<u>תשובה ב' – 10,461.</u>

2. החברה צופה לקבל 3,200 ₪ לנצח ולכן ראשית עלינו למצוא את הריבית השנתית:

$.r = \left(1+\frac{i}{n}\right)^n - 1 = (1+0.02)^{12} - 1 = 26.82\%$

כעת נהוון את התזרים של אינסוף לשנה שלישית ואז נהוון את התזרים 3 שנים אחורה ללא הפקדות:

$.pv = \frac{pmt}{i} = \frac{3{,}200}{0.2682} = 11{,}931$

$.pv = \frac{fv}{(1+i)^n} = \frac{11{,}931}{(1+0.2682)^3} = 5{,}849$

<u>תשובה ג' – 5,850.</u>

3. ראשית נמצא את גובה התשלום השנתי באמצעות נוסחה לערך נוכחי סידרתי:

$.pva = A \times \frac{(1+i)^n-1}{i\times(1+i)^n}$

$.400{,}000 = A \times \frac{(1+0.07)^{12}-1}{0.07\times(1+0.07)^{12}}$

$.A \cong 50{,}360$

לאחר התשלום הרביעי נותרו עוד 8 תשלומים לפירעון ולכן ערכם בתום 4 שנים הוא:

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n-1}{i\times(1+i)^n}.$$

$$pv = 50{,}360 \times \frac{(1+0.07)^8-1}{0.07\times(1+0.07)^8} \cong 300{,}719.$$

כעת עלינו להוסיף 25% קנס שבירה:

$$206{,}684 * 1.15 = 345{,}827.$$

<u>תשובה א׳ – 345,827 ₪.</u>

4. ככל שריבית על ההלוואה גדלה ותקופה ההחזר קטנה:

<u>אף תשובה איננה נכונה סעיף ה׳.</u>

5. ישנן 2 דרכים לפיתרון הבעיה:

<u>דרך א:</u>

אם החברה לוקחת הלוואה של 100 ₪ היא תקבל בהתחלה רק 90 ₪ ותחזיר בעתיד 100 ₪ + ריבית:

$$NPV = 85 - \frac{115}{(1+irr)} = 0 \Rightarrow IRR = 35.294\%.$$

<u>דרך ב׳:</u>

$$r_{eff} = \frac{\left(1+\frac{k}{m}\right)^m}{\left(1-\frac{d}{n}\right)^n} - 1 = \frac{(1+0.15)}{(1-0.15)} - 1 = 35.294\%.$$

<u>תשובה ד׳ 35.294%</u>

6. **<u>תשובה א׳ נכונה</u>** – יתכן מעל שת״פ אחד.

7. עלינו להעביר את כל הסכומים לעתיד, אולם ראשית עלינו למצוא את הריבית החודשית:

$$i = (1+r)^{\frac{1}{n}} - 1 = (1+0.08)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0.00643 = 0.643\%.$$

נתחיל בהעברת ה – 2,000 ₪ לעתיד:

בתום השנתיים הראשונות אנו נצבור (24 חודשים):

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 2{,}000 \times \frac{(1+0.00643)^{24} - 1}{0.00643} = 51{,}722.52 \cong 51{,}723$$

לאחר שנתיים ערך ההפקדות של השנה הראשונה יהיה 51,723, כעת באמצעות מקדם ערך עתידי נעביר את הסכום שנתיים קדימה:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$
$$fv = 51{,}723 \times \underbrace{(1+0.08)^3}_{1.259} = 65{,}156.08 \cong 65{,}156$$

סכום ההפקדות של 2,000 ₪ בשנתיים הראשונות הוא שווה ערך ל – 65,156 לאחר 5 שנים כעת נחשב את סכום ההפקדות בשלוש שנים הנותרות:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} = 2{,}500 \times \frac{(1+0.00643)^{36} - 1}{0.00643} = 100{,}906.072 \cong 100{,}906$$

סכום ההפקדות לאחר 5 שנים הוא:

166,062 = 100,906 + 65,156

<u>סכום ההפקדות לאחר 5 שנים הוא 166,062 **תשובה ב'.**</u>

8. תחילה נמצא את הסכום שעליו לחסוך ואז נחשב כמה עליו להפקיד בכל חודש.

הריבית האפקטיבית = הנומינלית החודשית הינה 2%, הריבית האפקטיבית השנתית הינה:

$$r = \left(1+\frac{i}{n}\right)^n - 1 = \left(1+\underbrace{\frac{0.25}{12}}_{0.0208}\right)^{12} - 1 = 28.07\%.$$

על מנת למצוא את עלות המכונית ב – 2004 ישנן 2 דרכים (אפתור בדרך אחת)**:**

עלות המכונית ב – 1.1.09:

$$pva = A \times (1+i) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$
$$pva = 60{,}000 \times (1+0.2807) \times \frac{(1+0.2807)^3 - 1}{0.2807 \times (1+0.2807)^3} = 143{,}430$$

עלות המכונית ב – 1.1.06 לפי מקדם ערך נוכחי:

$$pv = \frac{fv}{(1+i)^n}$$
$$pv = \frac{143{,}430}{(1+0.2807)^3} = 68{,}281$$

<u>ערך המכונית בתאריך ה – 1.1.06 הוא 68,281 ₪, כעת עלינו לחשב כמה כסף על אותו אדם לחסוך על מנת להגיע לסכום זה נעזר במקדם ערך עתידי סידרתי לסוף תקופה הואיל וההפקדה הראשונית שלנו היא בסוף החודש:</u>

$$fva = A \times \left(1+i\right) \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$68{,}281 = A \times \left(1+0.0208\right) \times \frac{(1+0.0208)^{36} - 1}{0.0208}$$

$$46{,}589 = A \times 53.034$$

$$A = 2{,}713.396 \cong 2{,}713$$

<u>**תשובה ה'** על מנת לרכוש את המכונית על אותו אדם לחסוך 2,713 ₪ לחודש.</u>

9. נחשב את הריבית הנקובה :

בשש שנים יש 24 רבעונים ולכן :

$$fv = pv(1+i)^n$$

$$450{,}500 = 200{,}000(1+i)^{24}$$

$$\frac{450{,}500}{200{,}000} = (1+i)^{24}$$

$$(2.2525)^{\frac{1}{24}} = 1+i$$

$$i = 3.44\%$$

ושער הריבית השנתי הנקוב הוא :

$$4 * 3.44\% = 13.765\%$$

<u>**תשובה ד' 13.765%.**</u>

10. נמצא ריבית לרבעון (לתקופה) :

$$i = \left(1+r\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

$$i = \left(1+0.1\right)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0.0241 = 2.411\%$$

כעת ניתן למצוא את התקבול הרבעוני של סידרה אינסופית כאשר הערך הנוכחי הינו 29,578 ₪ :

$$pv = \frac{pmt}{i}$$

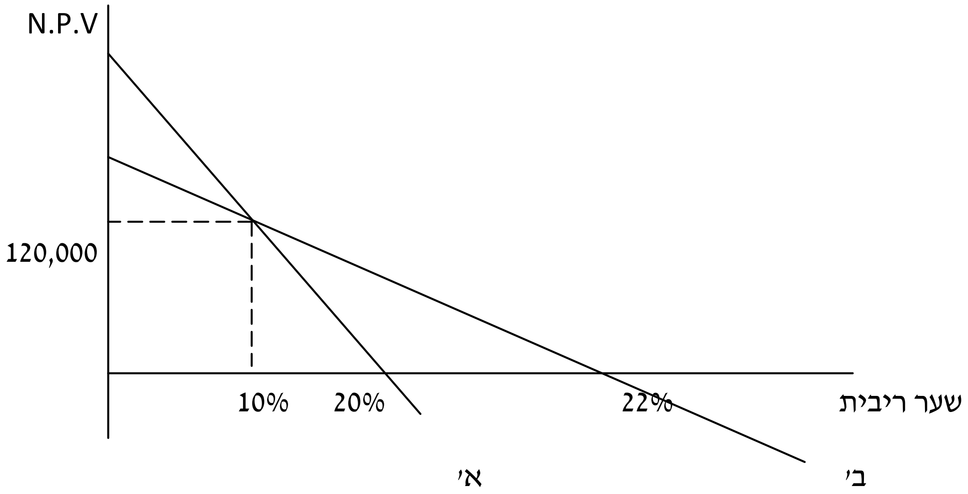
$$30{,}400 = \frac{pmt}{0.02411}$$

$$pmt = 30{,}400 * 0.02411 = 733.056 \cong 733$$

<u>התקבול החודשי הינו 733 ₪ **תשובה ד'.**</u>

11. במחיר הון של 10% ענ״נ של שני הפרויקטים הוא 120,000 ₪, כלומר במחיר הון של 10% ערך הפרויקטים שווה ולכן השת״פ של <u>הפרויקט ההפרשי</u> (=<u>מחיר הון בו ערך הפרויקט ההפרשי שווה אפס</u>) הוא 10%.

נצייר זאת:



בשער ריבית של 12% פרויקט ב׳ מניב ענ״נ גבוה יותר (הפרויקטים מוציאים זה את ולכן לא ניתן להשקיע בשניהם), ולכן נשקיע בפרויקט ב׳ **<u>תשובה ב׳</u>**.

12. נחשב את ה – IRR של הפרויקט:

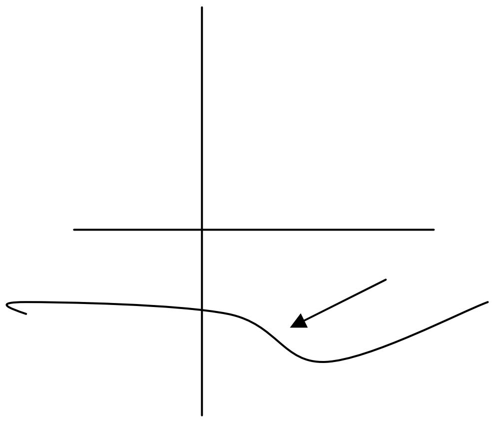
$$N.P.V. = -200 + \frac{550}{(1+i)} - \frac{440}{(1+i)^2} = 0 \Big| (1+i)^2$$

$$-200\underbrace{(1+i)^2}_{x^2} + 550\underbrace{(1+i)}_{x} - 440 = 0$$

$$-200x^2 + 550x - 440 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-550 \pm \sqrt{(-550)^2 - 4 \times (-200) \times (-400)}}{2 \times (-200)} = \frac{-550 \pm \sqrt{-17500}}{-400}$$



<u>כלומר הפרויקט איננו כדאי בכל מחיר ההון **תשובה ה'.**</u>

13. נחשב NPV לשני הפרויקטים :

$$NPV_A = -2{,}000 + \frac{2{,}500}{1.12} - \frac{700}{1.12^2} = -325.892.$$

$$NPV_B = -3{,}500 + \frac{3{,}000}{1.12} + \frac{500}{1.12^2} + \frac{300}{1.12^3} = -209.297.$$

בשער ריבית של 12% נבחר בפרויקט A הואיל ואנו מפסידים פחות.

<u>לא כדאי להשקיע בפרויקטים **תשובה ב'.**</u>

14. נבחן מהי הריבית האפקטיבית בשתי ההלוואות :

א. הלוואה בריבית ריאלית של 6% לשנה, נחשב את שווי הריבית הנומינלית לשנתיים (בעבור שנויי המדדים) :

<u>דרך א' :</u>

$$i = (1+r)\times(1+p) - 1 = (1+0.06)^2 \times (1+0.05)\times(1+0.08) - 1$$
$$i = 0.2741$$

כעת נמיר את הריבית הנומינלית שמצאנו לשנה אחת (במקום שנתיים) :

$$r = \left(1+\frac{i}{n}\right)^n - 1 = (1+0.2741)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0.1287$$

<u>דרך ב׳</u>:

ניתן להשתמש בנוסחא לריבית ממוצעת, כלומר לחשב את הריבית בשנה זוגית ו את הריבית בשנה אי זוגית ואז לחשב את הריבית הממוצעת:

ריבית בשנה זוגית:

$$i_1 = (1+0.06)\times(1+0.05)-1 = 0.113$$

ריבית בשנה אי זוגית:

$$i_2 = (1+0.06)\times(1+0.08)-1 = 0.1448$$

כעת נחשב את הריבית הממוצעת:

$$\bar{i} = \sqrt[n]{(1+i_1)\times(1+i_2)......\times(1+i_{n)}} - 1$$
$$i = \sqrt[2]{(1+0.113)\times(1+0.14448)} - 1 = 0.1287$$

<u>הריבית האפקטיבית בהלוואה זו הינה 12.87% לשנה.</u>

ב. הריבית האפקטיבית בהלוואה זו נחשב באמצעות הנוסחה:

$$.r = \left(1+\frac{i}{n}\right)^n - 1 = \left(1+\frac{0.15}{4}\right)^4 - 1 = 15.865\%$$

<u>**תשובה א׳**: הואיל והריבית האפקטיבית (האמיתית) בהלוואה הראשונה נמוכה יותר, ההלוואה הראשונה עדיפה.</u>

15. על מנת לפתור שאלה זו נשרטט את ציר הזמן ונהוון את כל תקבולים ו/או התשלומים לאורך 15 שנה לסוף השנה ה – 15:

שנים: 15 0

כל תום שנה הופקד 3,000 ₪ בריבית של 7% את הסכום יש להוון לתום השנה ה – 15 על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי, את הסכום שנקבל יש להוון לסוף השנה העשרים ושתיים בריבית של 8% על ידי מקדם ערך עתידי.

שנים: 22 21 20 19 18 17 16

כל תום שנה משך פלוני 7,500 ₪ בריבית של 8%, יש להוון את הסכום על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי ואז להוון את הסכום לסוף שנה העשרים ושתיים על ידי מקדם ערך עתידי לשנה אחת.

כל תום שנה משך פלוני 6,000 ₪ בריבית של 8%, יש להוון את הסכום לתום השנה ה – 20, על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי ואז להוון את הסכום לסוף שנה העשרים ושתיים, על ידי מקדם ערך עתידי ל – 3 שנים.

<u>כעת נבצע את החישובים שתיארנו לעיל:</u>

<u>מהשנה אפס עד חמש עשרה</u>, נהוון את ההפקדות לתום השנה החמש עשרה על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי:

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fva = 3{,}000 \times \frac{(1+0.07)^{15} - 1}{0.07} = 75{,}387$$

נהוון את הסכום שקיבלנו לסוף השנה העשרים ושתיים על ידי מקדם ערך עתידי:

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = 75{,}387 \times (1+0.08)^7 = 129{,}200$$

<u>129,200 ₪ זהו הסכום שהופקד במהלך השנים מהוון לשנה העשרים ושתיים.</u>

משנה 16 ועד 20, נהוון את המשיכות לתום השנה העשרים על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי :

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fva = -6{,}000 \times \frac{(1+0.08)^4 - 1}{0.08} = -27{,}037$$

נהוון את הסכום שקיבלנו לסוף השנה העשרים ושתיים על ידי מקדם ערך עתידי :

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = -27{,}037 \times (1+0.08)^3 = -34{,}058$$

34,058- ₪ זהו הסכום שמשך פלוני במהלך השנים מהשנה ה – 16 ועד לשנה ה – 20 מהוון לשנה העשרים ושתיים.

משנה 20 ועד 21, נהוון את המשיכות לתום השנה העשרים ושתיים על ידי מקדם ערך עתידי סידרתי :

$$fva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$fva = -7{,}500 \times \frac{(1+0.08)^2 - 1}{0.08} = -15{,}600$$

נהוון את הסכום שקיבלנו לסוף השנה העשרים ושמונה על ידי מקדם ערך עתידי :

$$fv = pv \times (1+i)^n$$

$$fv = -15{,}600 \times (1+0.08)^1 = -16{,}848$$

16,848- ₪ זהו הסכום שמשך פלוני במהלך השנים מהשנה ה – 20 ועד לשנה ה – 21 מהוון לשנה העשרים ושתיים.

כעת נחבר את התקבולים וההוצאות שמהוונים לשנה ה – 22 :

תקבולים עד השנה החמש עשרה :	129,200
משיכות מהשנה ה – 16 ועד ה – 20:	-34,058
משיכות מהשנה ה – 20 ועד ה – 21 :	-16,848

תשובה ג' : יתרה למשיכה בשנה ה -22 : 78,294

16. עלינו להציב את הנתונים במקדם ערך נוכחי סידרתי ולמצוא את הריבית האפקטיבית הרבעונית, נשים לב שמספר התקופות הוא 120 :

$$pva = A \times \frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n}$$

$$500{,}000 = 30{,}000 \times \frac{(1+i)^{120} - 1}{i \times (1+i)^{120}}$$

$$16.66 = \frac{(1+i)^{120} - 1}{i \times (1+i)^{120}}$$

עלינו להסתכל בלוח היוון של מקדם ערך נוכחי סידרתי ולחפש ב – 120 שנים את הסכום 20, לפי לוח היוון זה בערך 6%, בחישוב מדויק ייצא 5.9944%.

כעת עלינו לחשב את הריבית השנתית האפקטיבית :

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1$$

$$r = (1 + 0.059944)^4 - 1 = 26.221\%$$

(אם נחשב לפי 6% חודשי יצא 26.24% אך עליכם לשים לב מלכתחילה שזה לא מדויק הואיל וזה לא נמצא בלוח היוון).

<u>הריבית האפקטיבית השנתית שמציע הבנק היא 26.22% **תשובה ג'**.</u>

17. החלק החשוב בשאלה הוא לשים לב שהתשלום עבור הסקר מיותר הואיל והוא הוצאה שכבר עשינו ולא תשפיע על החלטתנו (הוצאה שקועה), ולכן עלינו לחשב ענ"נ לתזרים, ראשית נחשב את הריבית האפקטיבית לתקופה :

$$r = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1 = \left(1 + \frac{0.12}{2}\right)^2 - 1 = 12.36.$$

$$N.P.V = \sum_{t=0}^{n} \frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV = -20{,}000 + 4{,}300 \times \frac{(1+0.1236)^{10} - 1}{0.1236 \times (1+0.1236)^{10}} = 3{,}942$$

<u>הפרויקט כדאי ולכן לא נשקיע בפרויקט, **תשובה ג'**</u>

18. ענ"נ 2 ההשקעות יהיה שווה כאשר יש חיתוך בין 2 ההשקעות, החיתוך בין 2 ההשקעות מוגדר לפי השת"פ של התזרים ההפרשי, נחשב את התזרים ההפרשי:

	0	1	2
A	-6,000	3,700	4,000
B	6,000	-3,000	2,000
A-B	-12,000	6,700	2,000

כעת נחשב את השת"פ הפרויקט ההפרשי:

$$N.P.V=\sum_{t=0}^{n}\frac{cf}{(1+i)^t}$$

$$NPV=-12{,}000+\frac{6{,}700}{1+i}+\frac{2{,}000}{(1+i)^2}=0$$

$$-12{,}000\underbrace{(1+i)^2}_{x^2}+6{,}700\underbrace{(1+i)}_{x}+2{,}000=0$$

$$-12{,}000x^2+6{,}700x+2{,}000=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2}=\frac{-6{,}700\pm\sqrt{(6{,}700)^2-4\times(-12{,}000)\times(2{,}000)}}{2\times(-12{,}000)}=\frac{-6{,}700\pm\sqrt{140{,}890{,}000}}{-24{,}000}$$

$x_1=\frac{-6{,}700+11{,}869}{-24{,}000}=-0.215$ לא יתכן.

$x_2=\frac{-6{,}700-11{,}869}{-24{,}000}=0.773\Rightarrow i=0.2936=29.36\%$.

ענ"נ ההשקעות שווה בריבית של 29.36%, **<u>תשובה ד'.</u>**

19. ראשית נחשב את ערכו העתידי של הסכום שמושקע באופן חד פעמי, כמובן שבמקום הצבה בנוסחא ניתן להכפיל את ההפקדה 200,000 במקדם ערך עתידי בריבית של 6% ל – 10 שנים:

$$fv=pv\times(1+i)^n$$

$$fv=300{,}000\times\underbrace{(1+0.07)^{15}}_{2.759}$$

$$fv=827{,}709$$

שנית נחשב את ערכם העתידי של ההפקדות החודשיות במשך 15 שנים בריבית שנתית של 7%:

$$fva = A\times\frac{(1+i)^n-1}{i}$$

$$fva = 20{,}000\times\underbrace{\frac{(1+0.07)^{15}-1}{0.07}}_{13.18}$$

$$fva = 502{,}580$$

סה"כ הסכום שיצטבר לאחר 15 שנים הוא:

$$827{,}709+502{,}580=1{,}330{,}289$$

<u>**תשובה ג'**: בתום תקופת החיסכון יעמוד לרשותך 1,330,289 ₪.</u>

20. עלינו לחשב את ההחזר השנתי מ – 2 ההלוואות, ההלוואה בסך 2,000,000 ₪:

$$pva = A\times\frac{(1+i)^n-1}{i\times(1+i)^n}$$

$$3{,}000{,}000 = A\times\frac{(1+0.07)^5-1}{0.07\times(1+0.07)^5}$$

$$A\cong 731{,}672$$

כעת נחשב את ההחזר השנתי מיתרת ההלוואה:

$$pva = A\times\frac{(1+i)^n-1}{i\times(1+i)^n}$$

$$(4{,}000{,}000-3{,}000{,}000) = A\times\frac{(1+0.24)^5-1}{0.24\times(1+0.24)^5}$$

$$A\cong 364{,}247$$

בכל שנה החברה תדרוש מכל מחסן את העלות השנתית היחסית (לחלק ל – 5 מחסנים):

$$\frac{731{,}672+364{,}247}{5}=\frac{1{,}095{,}919}{5}\cong 219{,}184$$

<u>שכר הדירה המינימאלי שתחייב החברה את כל אחד משוכרי המחסנים הוא 219,184 ₪ לשנה **תשובה ד'**</u>